绝密★启用前

2020 年普通高等学校招生全国统一考试（三卷）

文科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{1,2,3,5,7,11\}$，$B=\{x|3<x<15\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

2．复数 $\bar{z}\cdot(1+i)=1-i$，则 $z=$（　　）

A．$1-i$　　B．$1+i$　　C．$-i$　　D．i

3 设一组样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差为 0.01，则数据 $10x_1,10x_2,\cdots,10x_n$ 的方差为（　　）

A．0.01　　B．0.1　　C．1　　D．10

4．Logistic 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域。有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$（t 的单位：天）的 Logisic 模型：$I(t)=\dfrac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$，其中 K 为最大确诊病例数。当 $I(t^*)=0.95K$ 时，标志着已初步遏制疫情，则 t^* 约为（$\ln 19\approx 3\,3$）（　　）

A．60　　B．63　　C．66　　D．69

5．已知 $\sin\theta+\sin(\theta+\dfrac{\pi}{3})=1$，则 $\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6})=$（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6．在平面内，A，B 是两个定点，C 是动点。若 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=1$，则点 C 的轨迹为（　　）

A.圆　　B.椭圆　　C.抛物线　　D.直线

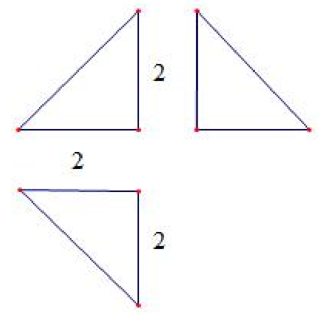
7．设 O 为坐标原点，直线 $x=2$ 与抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 交于 D，E 两点，若 $OD\perp DE$，则 C 的焦点坐标为（　　）

A．$(\dfrac{1}{4},0)$　　B．$(\dfrac{1}{2},0)$　　C．$(1,0)$　　D．$(2,0)$

8．点 $(0,-1)$ 到直线 $y=k(x+1)$ 距离的最大值为(　　)

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

9．右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是(　　)



A．$6+4\sqrt{2}$　　B．$4+4\sqrt{2}$　　C．$6+2\sqrt{3}$　　D．$4+2\sqrt{3}$

10．设 $a=\log_3 2,b=\log_5 3,c=\dfrac{2}{3}$ 则（　　）

A．$a<c<b$　　B．$a<b<c$　　C．$b<c<a$　　D．$c<a<b$

11．在 ΔABC 中，$\cos C=\dfrac{2}{3}$，$AC=4,BC=3$，则 $\tan B=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$4\sqrt{5}$　　D．$8\sqrt{5}$

12．设函数 $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{\sin x}$，则（　　）

A．$f(x)$ 的最小值为 2　　B．$f(x)$ 的图像关于 y 轴对称

C．$f(x)$ 的图像关于直线 $x=\pi$ 对称　　D．$f(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\ge 0\\2x-y\ge 0\\x\le 1\end{cases}$.则 $z=3x+2y$ 的最大值为_________.

14．设双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线为 $y=\sqrt{2}x$，则 C 的离心率为_________.

15．设函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x+a}$，若 $f(1)=\dfrac{1}{4}$，则 $a=$_________.

16．已知圆维的底面半径为 1，母线长为 3，则该圆谁内半径最大的球的体积为_________.

三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（12 分）设等比数列$\{a_n\}$满$a_1+a_2=4, a_3-a_1=8$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设S_n为数列$\{\log_3 a_n\}$的前n项和，若$S_m+S_{m+1}=S_{m+3}$，求m ．

18．（12 分）某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）：

空气质量等级 \ 锻炼人次	[0,200]	(200,400]	(400,600]
1（优）	2	16	25
2（良）	5	10	12
3（轻度污染）	6	7	8
4（中度污染）	7	2	0

（1）分别估计该市一天的空气质量等级为 1，2，3，4 的概率；

（2）求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）：

（3）若某天的空气质量等级为 1 或 2.则称这天“空气质量好”：若某天的空气质量等级为 3 或 4，则称这天“空气质量不好”。根据所给数据，完成下面的2×2列联表，并根据列联表，判断是否有 95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

	人次≤ 400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

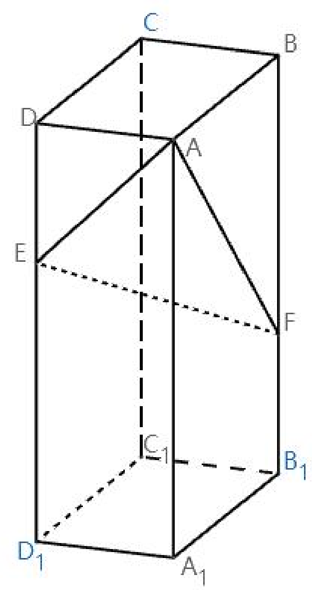
$P(K^2\ge k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19． （12 分)如图,在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,点 E,F 分别在棱DD_1, BB_1上,且$2DE=ED_1, BF=2FB_1$．

证明:

（1）当$AB=BC$, $EF\perp AC$；

（2）证明：点C_1在平面 AEF 内.



20．(12 分)已知函数 $f(x)=x^3-kx+k^2$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有三个零点，求 k 的取值范围。

(12 分）已知椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m}=1(0<m<5)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$，A，B 分别为 C 的左、右顶点。

（1）求 C 的方程；

（2）若点 P 在 C 上，点 Q 在直线 $x=6$ 上，且 $|BP|=|BQ|,BP\perp BQ$，求△APQ 的面积。

(二)、选考题：共 10 分．请考生从 22、23 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．【极坐标与参数方程】(10 分)

21．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-t-t^2\\ y=2-3t+t^2\end{cases}$（$t$ 为参数，且 $t\neq 1$），C 与坐标轴交于 A，B 两点.

（1）求 $|AB|$；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线 AB 的极坐标方程.

23．【选修 4-5：不等式选讲】(10 分)

设 $a,b,c\in R,a+b+c=0,acb=1$.

（1）证明：$ab+bc+ca<0$；

（2）用 $\max\{a,b,c\}$ 表示 a,b,c 的最大值，证明：$\max\{a,b,c\}\geq\sqrt[3]{4}$.